Chapitre 3

EXERCICES

Feuille n°3

CORRECTION

MODELISATION DES EFFORTS

Généralités sur les torseurs

EXERCICE 1

Un torseur ne contient qu'un vecteur :	☐ vrai	☑ faux
Un torseur contient un vecteur ou plus :	☐ vrai	☑ faux
Un torseur contient deux vecteurs :	☑ vrai	☐ faux
Un torseur contient deux vecteurs ou plus :	☐ vrai	☑ faux
Un torseur s'écrit toujours en un point donné :	☑ vrai	☐ faux
Un torseur s'écrit toujours dans un repère :	☑ vrai	☐ faux
Un torseur permet de modéliser un effort :	☑ vrai	☐ faux
Un torseur permet de modéliser une vitesse :	☑ vrai	☐ faux

Les éléments de réduction d'un torseur s'appellent :

Une résultante qu'on trouve dans la « colonne de	☑ gauche	☐ droite
Un moment qu'on trouve dans la « colonne de	☐ gauche	☑ droite

EXERCICE 2

Compléter le tableau suivant avec des croix "X" : (voir aussi au verso)

Torseur	Glisseur	Couple	Nul	Quelconque
$\{A\}=\begin{Bmatrix}10 & 2\\ -5 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_A$				X
$\{B_{8\to 12}\}=\begin{Bmatrix}10 & 0\\ Y_{B8\to 12} & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_A$	X			
$\{P\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ -m\cdot g & 0\end{Bmatrix}_G$	X			
$\{C_{moteur}\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & C_m\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_A$		X		
$\sum\{T_{ext}\}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_A$			X	
$\sum\{T_{ext}\}=\begin{Bmatrix}m\cdot a_x & 0\\ 0 & I_{GY}\cdot \alpha_{y\,2/7}\\ m\cdot a_z & 0\end{Bmatrix}_G$				X

Tournez la page...

Torseur	Glisseur	Couple	Nul	Quelconque
$\sum\{T_{ext}\}=\left\{\begin{matrix} m\cdot a_x & 0 \\ 0 & I_{GY}\cdot\alpha_{y\,2/7} \\ m\cdot a_z & 0 \end{matrix}\right\}_G$				X
$\{F\}=\left\{\begin{matrix} \vec{F}=-150\cdot\vec{y}-230\cdot\vec{z} \\ \overrightarrow{M_A}=-2\cdot\vec{y} \end{matrix}\right\}_A$				X
$\{A\}=\left\{\begin{matrix} \vec{A}=1250\cdot\vec{x}-850\cdot\vec{y} \\ \overrightarrow{M_A}=\vec{0} \end{matrix}\right\}_A$	X			
$\{V_{A\in 2/0}\}=\left\{\begin{matrix} 0 & v_{x\,C\in 2/0} \\ 0 & 0 \\ 0 & v_{z\,C\in 2/0} \end{matrix}\right\}_C$		X		
$\{R\}=\left\{\begin{matrix} \vec{R}=\vec{0} \\ \overrightarrow{M_A}=\vec{0} \end{matrix}\right\}_A$			X	
$\{P_4\}=\left\{\begin{matrix} \overrightarrow{P_4}=-2000\cdot\vec{y} \\ \overrightarrow{M_{G_4}}=\vec{0} \end{matrix}\right\}_{G_4}$	X			

EXERCICE 3 (sur feuille de copie)

On donne les quatre torseurs suivants :

$$\{F_1\}=\left\{\begin{matrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -13\cdot\frac{\pi}{6} & 0 \\ 200 & 0 \end{matrix}\right\}_A \qquad \{F_2\}=\left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -200 & 0 \end{matrix}\right\}_A$$

$$\{F_3\}=\left\{\begin{matrix} -2\cdot\sqrt{2} & 0 \\ 8\cdot\pi & 60 \\ 5 & 0 \end{matrix}\right\}_A \qquad \{F_4\}=\left\{\begin{matrix} X_{F4} & L_{F4} \\ Y_{F4} & M_{F4} \\ Z_{F4} & N_{F4} \end{matrix}\right\}_A$$

a) En quel point (commun) les torseurs sont-ils tous exprimés ?

Les quatre torseurs sont tous écrits (ou exprimés) au point A.

b) Réaliser les sommes suivantes :

$$\{S_1\}=\sum_{i=1}^{i=2}\{F_i\} \qquad \{S_2\}=\sum_{i=1}^{i=3}\{F_i\} \qquad \{S_3\}=\{F_3\}-\{F_2\}$$

$$\{S_1\}=\sum_{i=1}^{i=2}\{F_i\}$$
$$=\{F_1\}+\{F_2\}$$
$$=\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -13\cdot\frac{\pi}{6} & 0 \\ 200 & 0 \end{Bmatrix}+{}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -200 & 0 \end{Bmatrix}$$
$$=_A\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}+0 & 0+0 \\ -13\cdot\frac{\pi}{6}+0 & 0+0 \\ 200-200 & 0+0 \end{Bmatrix}$$
$$\{S_1\}=_A\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -13\cdot\frac{\pi}{6} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_2\}=\sum_{i=1}^{i=3}\{F_i\}$$
$$=\{F_1\}+\{F_2\}+\{F_3\}$$
$$=\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -13\cdot\frac{\pi}{6} & 0 \\ 200 & 0 \end{Bmatrix}+{}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -200 & 0 \end{Bmatrix}+{}_A\begin{Bmatrix} -2\cdot\sqrt{2} & 0 \\ 8\cdot\pi & 60 \\ 5 & 0 \end{Bmatrix}$$
$$=_A\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}+0-2\cdot\sqrt{2} & 0+0+0 \\ -13\cdot\frac{\pi}{6}+0+8\cdot\pi & 0+0+60 \\ 200-200+5 & 0+0+0 \end{Bmatrix}$$
$$\{S_2\}=_A\begin{Bmatrix} -\frac{3\cdot\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{35\cdot\pi}{6} & 60 \\ 5 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_3\}=\{F_3\}-\{F_2\}$$
$$=_A\begin{Bmatrix} -2\cdot\sqrt{2} & 0 \\ 8\cdot\pi & 60 \\ 5 & 0 \end{Bmatrix}-{}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -200 & 0 \end{Bmatrix}+$$
$$=_A\begin{Bmatrix} -2\cdot\sqrt{2}-0 & 0-0 \\ 8\cdot\pi-0 & 60-0 \\ 5-(-200) & 0-0 \end{Bmatrix}$$
$$\{S_3\}=_A\begin{Bmatrix} -2\cdot\sqrt{2} & 0 \\ 8\cdot\pi & 60 \\ 205 & 0 \end{Bmatrix}$$

c) Calculer $\{F_4\}$ tel que $\sum_{i=1}^{i=4}\{F_i\}=\{0\}$.

$$\sum_{i=1}^{i=4}\{F_i\}=\{0\}$$
$$\Leftrightarrow \quad \{F_1\}+\{F_2\}+\{F_3\}+\{F_4\}=\{0\}$$
$$\Leftrightarrow \quad \{F_4\}=-\{F_1\}-\{F_2\}-\{F_3\}$$
$$=-(\{F_1\}+\{F_2\}+\{F_3\})$$
$$=-\{S_2\}$$
$$=-\left\{\begin{matrix} -\dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \dfrac{35\cdot\pi}{6} & 60 \\ 5 & 0 \end{matrix}\right\}_A$$

$$\boxed{\{F_4\}=\left\{\begin{matrix} \dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\dfrac{35\cdot\pi}{6} & -60 \\ -5 & 0 \end{matrix}\right\}_A}$$

Comme on donne $\{F_4\}=\left\{\begin{matrix} X_{F4} & L_{F4} \\ Y_{F4} & M_{F4} \\ Z_{F4} & N_{F4} \end{matrix}\right\}_A$, par identification on a :

$$\boxed{\begin{aligned} X_{F4} &= \frac{3\cdot\sqrt{2}}{2} \\ Y_{F4} &= -\frac{35\cdot\pi}{6} \\ Z_{F4} &= -5 \\ \\ L_{F4} &= 0 \\ M_{F4} &= -60 \\ N_{F4} &= 0 \end{aligned}}$$